

РАСЧЕТ ДИНАМИКИ ПРОМЕРЗАНИЯ ГРУНТА ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ОДИНОЧНОГО ТЕРМОСИФОНА

Г.В. Аникин, С.Н. Плотников, К.А. Спасенникова

*Институт криосферы Земли СО РАН,
625000, Тюмень, а/я 1230, Россия; anikin@ikz.ru, plotnikov59@yandex.ru*

Предложен аналитический подход к решению задачи о промерзании грунта под воздействием вертикального парожидкостного термосифона. Проведено сравнение аналитического подхода с аналогичным решением, полученным с помощью численных методов. Показано, что результаты расчетов, полученные этими способами, очень близки, что позволяет использовать аналитические выражения для практических расчетов.

Грунт, замораживание, основания сооружений, термосифон, расчет

CALCULATION OF SOIL FREEZING RATE UNDER THE INFLUENCE OF A SOLITARY THERMOSYPHON

G.V. Anikin, S.N. Plotnikov, K.A. Spasennikova

*Earth Cryosphere Institute, SB RAS,
625000, Tyumen, P/O box 1230, Russia; anikin@ikz.ru, plotnikov59@yandex.ru*

The analytic approach to the solution of the problem of freezing of soil under the influence of vertical vapor-liquid thermosyphon has been proposed. The analytic approach was compared with a similar solution obtained with the help of numerical methods. It has been demonstrated that the calculation results obtained using these methods are very similar, which allows one to utilize the obtained analytical expressions for practical calculations.

Soil, freezing, bases of structures, thermosyphon, calculation

Природные богатства северных и восточных районов России приобретают все большее значение, поэтому перспективные планы экономического и социального развития страны предусматривают интенсивное освоение огромных малонаселенных пространств, лежащих к востоку от Урала, необжитых районов. Это выдвигает новые проблемы, часть которых связана со строительством инженерных сооружений на вечномёрзлых грунтах в районах с суровыми климатическими условиями.

Районы распространения вечномёрзлых грунтов занимают 65 % территории России, и разработка эффективных методов строительства в специфических условиях этих районов очень важна. Проблема унификации конструктивно-технологических решений северного строительства в значительной мере определяется эффективностью способов и средств, обеспечивающих поддержание заданного температурного режима грунтов в основании сооружений. Одним из наиболее эффективных средств охлаждения и замораживания грунтов являются термосифоны.

Расчет кинетики промерзания грунта вокруг термосифона обычно выполняется с использованием численных методов. Однако компьютерные программы не всегда доступны проектировщикам,

и наряду с ними возникает необходимость в аналитических методах расчета динамики промерзания грунтов под воздействием термосифонов.

В данной работе такой расчет выполнен на примере вертикального парожидкостного термосифона.

Рассмотрим процессы теплопереноса в вертикально расположенном термосифоне (см. рисунок). Ставится задача для бесконечно тонкого линейного источника холода. Термоизолятор, изображенный на рисунке, будем считать идеальным в том смысле, что тепловой поток, проходящий через него, равен нулю. Используем в расчетах вытянутые сфероидальные координаты, которые, как следует из работы [Комаров и др., 1976], связаны с декартовыми координатами следующими соотношениями:

$$x = \frac{d}{2} \left((\xi^2 - 1)(1 - \eta^2) \right)^{1/2} \cos \varphi,$$

$$y = \frac{d}{2} \left((\xi^2 - 1)(1 - \eta^2) \right)^{1/2} \sin \varphi,$$

$$z = \frac{d}{2} \xi \eta,$$

$$\xi \in [1, \infty), \quad \eta \in [-1, 1], \quad \varphi \in [0, 2\pi).$$

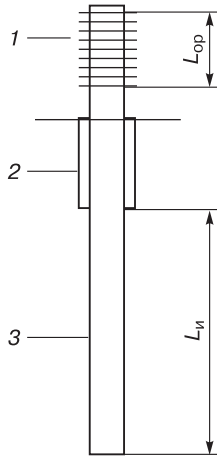


Схема одиночного термосифона:

1 – оребренная поверхность, контактирующая с атмосферой; 2 – термоизолятор; 3 – испаритель; $L_{ор}$ – длина оребренной трубы; $L_{и}$ – длина испарителя.

Причем координатные поверхности $\xi = \text{const}$ представляют собой софокусные эллипсоиды вращения с межфокусным расстоянием d .

Оператор Лапласа в данных координатах записывается в виде

$$\Delta = \frac{4}{d^2(\xi^2 - \eta^2)} \times \left[\frac{\partial}{\partial \xi}(\xi^2 - 1) \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta}(1 - \eta^2) \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\xi^2 - \eta^2}{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right].$$

Используя данное выражение и предполагая, что температура t грунта зависит только от ξ , получаем

$$\frac{d}{d\xi}(\xi^2 - 1) \frac{dt(\xi)}{d\xi} = 0. \quad (1)$$

Решив данное уравнение, имеем

$$\frac{dt}{d\xi} = C \left(\frac{1}{\xi - 1} - \frac{1}{\xi + 1} \right); \quad (2)$$

$$t(\xi) = C \ln \left(\frac{\xi - 1}{\xi + 1} \right) + C_1, \quad (3)$$

где C, C_1 – константы, задающие общее решение уравнения (1). Тепловой поток q , определяемый выражением $q = -\lambda_{гр} \nabla t$, в заданной системе координат записывается в виде [Лыков, 1967]

$$q = -\lambda_{гр} \left(\frac{1}{h_\xi} \frac{\partial t}{\partial \xi} e_\xi + \frac{1}{h_\eta} \frac{\partial t}{\partial \eta} e_\eta + \frac{1}{h_\varphi} \frac{\partial t}{\partial \varphi} e_\varphi \right),$$

где h_ξ, h_η, h_φ – коэффициенты Ламе; e_ξ, e_η, e_φ – орты; $\lambda_{гр}$ – коэффициент теплопроводности грунта. Как

следует из работы [Лыков, 1967], коэффициенты Ламе задаются соотношениями

$$h_\xi = \frac{d}{2} \left(\frac{\xi^2 - \eta^2}{\xi^2 - 1} \right)^{1/2}, \quad h_\eta = \frac{d}{2} \left(\frac{\xi^2 - \eta^2}{1 - \eta^2} \right)^{1/2}, \quad (4)$$

$$h_\varphi = \frac{d}{2} \left((\xi^2 - 1)(1 - \eta^2) \right)^{1/2}.$$

Так как температура в рамках данной модели зависит только от ξ , получаем

$$q = -\frac{2\lambda_{гр}}{d} \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \frac{\partial t}{\partial \xi} e_\xi. \quad (5)$$

Элемент площади df в этих координатах имеет вид

$$df = h_\varphi h_\eta d\varphi d\eta e_\xi + h_\xi h_\varphi d\varphi d\xi e_\eta + h_\eta h_\xi d\eta d\xi e_\varphi. \quad (6)$$

Умножая скалярно (5) на (6), получаем выражение для тепла dQ , протекающего через элемент поверхности с площадью $df = |df|$ за единицу времени:

$$dQ = qdf = -\frac{\lambda_{гр} d}{2} (\xi^2 - 1) \frac{\partial t(\xi)}{\partial \xi} d\varphi d\eta. \quad (7)$$

При выводе (7) учитывались выражения (4) для коэффициентов Ламе. Вычислим теперь полный поток тепла U в единицу времени через замкнутую эллипсоидальную поверхность, заданную соотношением $\xi = \xi_0$:

$$U = -\frac{\lambda_{гр} d}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 d\varphi \int d\eta \left((\xi^2 - 1) \frac{\partial t(\xi)}{\partial \xi} \right).$$

С учетом (2) получаем

$$U = -2\pi\lambda_{гр} d (\xi_0^2 - 1) \frac{\partial t(\xi_0)}{\partial \xi_0} = -4\pi C \lambda_{гр} d.$$

Отсюда

$$C = -\frac{U}{4\pi\lambda_{гр} d} = \frac{|U|}{4\pi\lambda_{гр} d}. \quad (8)$$

Здесь U отрицательно, поскольку тепловой поток направлен против вектора e_ξ . Подставляя (8) в (3), получаем

$$t(\xi) = \frac{|U|}{4\pi\lambda_{гр} d} \ln \left(\frac{\xi - 1}{\xi + 1} \right) + C_1.$$

Принимая $\xi = \xi_0$ за поверхность, на которой выполняется условие $t(\xi_0) = 0$, находим

$$C_1 = -\frac{|U|}{4\pi\lambda_{гр} d} \ln \left(\frac{\xi_0 - 1}{\xi_0 + 1} \right)$$

и, следовательно,

$$t(\xi) = \frac{|U|}{4\pi\lambda_{гр} d} \ln \left(\frac{(\xi - 1)(\xi_0 + 1)}{(\xi + 1)(\xi_0 - 1)} \right). \quad (9)$$

Элемент объема dV в вытянутых сфероидальных координатах записывается в виде

$$dV = h_{\xi} h_{\eta} h_{\varphi} d\xi d\eta d\varphi = \frac{d^3}{8} (\xi^2 - \eta^2) d\xi d\eta d\varphi. \quad (10)$$

При выводе (10) были учтены соотношения (4). Полный объем эллипсоида, ограниченного поверхностью $\xi = \xi_0$, равен

$$V = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 d\eta \int_1^{\xi_0} d\xi \frac{d^3}{8} (\xi^2 - \eta^2) = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{d}{2}\right)^3 \xi_0 (\xi_0^2 - 1), \quad (11)$$

что совпадает с известным выражением для эллипсоида вращения

$$V = \frac{4\pi}{3} AB^2, \quad A = \frac{d\xi_0}{2}, \quad B = \frac{d}{2} \sqrt{\xi_0^2 - 1}, \quad (12)$$

где A, B – большая и малая оси эллипсоида соответственно. Далее, находим

$$Q = Q_0 + Q_1, \\ Q_0 = hk_{\text{л}} \rho_{\text{л}} \frac{4\pi}{3} \left(\frac{d}{2}\right)^3 \xi_0 (\xi_0^2 - 1), \\ Q_1 = \int dV (\rho (c_1 t_0 - c_2 t(\xi))),$$

где Q_0 – тепло, выделенное при фазовом переходе; Q_1 – тепло, затраченное на охлаждение грунта; h – теплота фазового перехода; $\rho_{\text{л}}$ – плотность льда; ρ – плотность мерзлого грунта; $k_{\text{л}}$ – доля объема в замороженном грунте, занятая льдом; t_0 – начальная температура грунта; c_1, c_2 – удельная теплоемкость при постоянном давлении талого и мерзлого грунта соответственно.

Все величины имеют тот же смысл, что и в двумерной модели [Аникин, 2009]. Кроме того, будем считать, что выполняется условие

$$d = L_{\text{и}}, \quad (13)$$

где $L_{\text{и}}$ – длина испарителя.

С учетом (13) получаем

$$Q_0 = hk_{\text{л}} \rho_{\text{л}} \frac{\pi}{6} L_{\text{и}}^3 \xi_0 (\xi_0^2 - 1), \\ Q_1 = \rho c_1 t_0 V - \int dV \rho c_2 t(\xi).$$

Учитывая (11) и (13), находим

$$Q_1 = \rho c_1 t_0 \frac{\pi}{6} L_{\text{и}}^3 \xi_0 (\xi_0^2 - 1) - \rho c_2 \int dV t(\xi). \quad (14)$$

Вычислим интеграл, входящий в (14):

$$\int dV t(\xi) = \frac{L_{\text{и}}^3}{8} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 d\eta \int_{\xi_1}^{\xi_0} d\xi (\xi^2 - \eta^2) t(\xi).$$

Здесь интегрирование по ξ ведется не от единицы, а от величины ξ_1 , соответствующей поверх-

ности вписанного в испаритель эллипсоида, что необходимо для обеспечения сходимости интеграла. Проводя элементарное интегрирование по φ и η , получаем

$$\int dV t(\xi) = \frac{\pi L_{\text{и}}^3}{2} \int_{\xi_1}^{\xi_0} \left(\xi^2 - \frac{1}{3}\right) t(\xi) d\xi.$$

Учитывая (9), для данного интеграла окончательно имеем

$$\int dV t(\xi) = \frac{|U| L_{\text{и}}^2}{8\lambda_{\text{гп}}} \int_{\xi_1}^{\xi_0} \left(\xi^2 - \frac{1}{3}\right) \ln \left(\frac{(\xi-1)(\xi_0+1)}{(\xi+1)(\xi_0-1)} \right) d\xi.$$

Для дальнейших вычислений введем функцию $F(\xi, \xi')$, которая определяется следующим образом:

$$F(\xi, \xi') = \int_{\xi'}^{\xi} \left(x^2 - \frac{1}{3}\right) \ln \left(\frac{(x-1)(\xi+1)}{(x+1)(\xi-1)} \right) dx.$$

Тогда выражение для Q_1 записывается в виде

$$Q_1 = \rho c_1 t_0 \frac{\pi}{6} L_{\text{и}}^3 \xi_0 (\xi_0^2 - 1) - \rho c_2 \frac{L_{\text{и}}^2 |U|}{8\lambda_{\text{гп}}} F(\xi_0, \xi_1),$$

а величина Q представляется соотношением

$$Q = (\rho c_1 t_0 + \rho_{\text{л}} k_{\text{л}} h) \frac{\pi}{6} L_{\text{и}}^3 \xi_0 (\xi_0^2 - 1) - \rho c_2 \frac{L_{\text{и}}^2 |U|}{8\lambda_{\text{гп}}} F(\xi_0, \xi_1). \quad (15)$$

Далее, получаем

$$|U| = \frac{-t_a}{R_{\text{к}} + R_{\text{и}} + R_0}; \quad (16)$$

$$t_{\text{и}} = \frac{R_{\text{и}} t_a}{R_{\text{к}} + R_{\text{и}} + R_0}; \quad (17)$$

$$t_{\text{к}} = \frac{(R_{\text{и}} + R_0) t_a}{R_{\text{к}} + R_{\text{и}} + R_0}; \quad (18)$$

$$R_{\text{к}} = \frac{1}{2\pi L_{\text{оп}}} \left(\frac{1}{\lambda_{\text{ст}}} \ln \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{r_1}{b} \right) \right) + \frac{1}{\alpha S_{\text{оп}} \eta_{\text{оп}}},$$

где $t_{\text{к}}, t_{\text{и}}, t_a$ – температуры конденсатора, испарителя и атмосферы, °C; $R_{\text{к}}$ – термическое сопротивление конденсатора; $R_{\text{и}}$ – термическое сопротивление от границы промерзания до парообразного хладагента в испарителе; R_0 – термическое сопротивление теплопереносу; $S_{\text{оп}}$ – площадь оребрения; $\eta_{\text{оп}}$ – коэффициент эффективности ребра; $L_{\text{оп}}$ – длина оребренной поверхности; $\lambda_{\text{ст}}, \lambda$ – коэффициенты теплопроводности стали и материала, из которого изготовлено оребрение; a – внутренний радиус стальной трубки; b – внешний радиус стальной трубки; r_1 – радиус основания ребер; α – коэффициент теплоотдачи от оребрения к атмосфере.

Следовательно,

$$R_{\text{и}} = \frac{1}{2\pi L_{\text{и}}} \left(\frac{1}{\lambda_{\text{ст}}} \ln \left(\frac{b}{a} \right) \right) + R_{\text{гп}}.$$

Определим теперь $R_{гр}$. Из (3), (9) с учетом (13) получаем

$$t(\xi_1) = \frac{|U|}{4\pi\lambda_{гр}L_n} \ln \left(\frac{(\xi_1 - 1)(\xi_0 + 1)}{(\xi_1 + 1)(\xi_0 - 1)} \right), \quad (19)$$

где $t(\xi_1)$ – температура на внешней поверхности термостабилизатора; $\xi = \xi_1$ – поверхность вписанного в испаритель эллипсоида. Полагая, что $\xi_1 = 1 + \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$, из (12) получаем

$$b' = \frac{L_n}{2} \sqrt{\xi_1^2 - 1} = \frac{L_n}{2} \sqrt{2\varepsilon}. \quad (20)$$

Здесь b' – малая полуось эллипсоида, которая будет определена в дальнейшем.

Из (19) и (20) находим

$$-t(\xi_1) = \frac{|U|}{2\pi\lambda_{гр}L_n} \ln \left(\frac{L_n \sqrt{\xi_0 - 1}}{b' \sqrt{\xi_0 + 1}} \right) = |U| R_{гр}.$$

Отсюда получаем

$$R_{гр} = \frac{1}{2\pi\lambda_{гр}L_n} \ln \left(\frac{L_n \sqrt{\xi_0 - 1}}{b' \sqrt{\xi_0 + 1}} \right).$$

Дифференциальное уравнение, описывающее динамику промерзания грунта, как и в двумерной задаче, запишем в виде

$$|U| = \frac{dQ}{d\tau},$$

или в дифференциалах

$$d\tau = \frac{dQ}{|U|} \quad (21)$$

(τ – время).

Будем считать, что R_0 зависит от $|U|$. В некотором диапазоне мощностей можно разложить данную величину в ряд Тейлора

$$R_0(|U|) = R_0(|\bar{U}|) + \left. \frac{dR_0(|U|)}{d(1/|U|)} \right|_{|U|=|\bar{U}|} \left(\frac{1}{|U|} - \frac{1}{|\bar{U}|} \right), \quad (22)$$

где $|\bar{U}|$ – средняя мощность в рассматриваемом диапазоне. Тогда (22) может быть записано в виде

$$\begin{aligned} R_0(|U|) &= R_0^0 + \frac{\Delta t_a}{|U|}, \\ R_0^0 &= R_0(|\bar{U}|) - \left. \frac{1}{|\bar{U}|} \frac{dR_0(|U|)}{d(1/|U|)} \right|_{|U|=|\bar{U}|}, \\ \Delta t_a &= \left. \frac{dR_0(|U|)}{d(1/|U|)} \right|_{|U|=|\bar{U}|}. \end{aligned} \quad (23)$$

Выражение (16) с учетом (23) переписывается в виде

$$|U| = \frac{-(t_a + \Delta t_a)}{R_k + R_n + R_0^0}.$$

Подставляя выражения (21) и (23) в (17) и (18), получаем

$$\begin{aligned} t_n &= \frac{R_n(t_a + \Delta t_a)}{R_k + R_n + R_0^0}, \\ t_k &= t_a - \frac{R_k(t_a + \Delta t_a)}{R_k + R_n + R_0^0}. \end{aligned}$$

Величины R_0^0 , Δt_a в выражениях (21)–(23) являются константами и могут быть найдены эмпирически (для термосифонов, заправленных аммиаком, они близки к нулю). Рассмотрим теперь дифференциальное соотношение (21). С учетом (15) получаем

$$\begin{aligned} \frac{d\tau'}{d\xi_0} &= \frac{\pi L_n^3 (k_l \rho_l h + \rho_1 c_1 t_0) (3\xi_0^2 - 1)}{6|U|} - \\ &- \frac{\rho c_2 L_n^2}{8\lambda_{гр}|U|} \frac{d(|U|F(\xi_0, \xi_1))}{d\xi_0}. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь в отличие от двумерного случая время будем обозначать через τ' .

Проинтегрировав (24), приходим к выражению

$$\begin{aligned} \tau'(\xi_x) &= \frac{\pi L_n^3}{6} (k_l \rho_l h + \rho_1 c_1 t_0) I_1 - \frac{\rho c_2 L_n^2}{8\lambda_{гр}} I_2 - \\ &- \frac{\rho c_2 L_n^2}{8\lambda_{гр}} F(\xi_x, \xi_1), \end{aligned}$$

где $\xi_x = \xi_0(\tau')$, а I_1 и I_2 задаются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_{\xi_1}^{\xi_x} \frac{3\xi^2 - 1}{|U|} d\xi, \\ I_2 &= \int_{\xi_1}^{\xi_x} \frac{F(\xi, \xi_1)}{|U|} \frac{d|U|}{d\xi} d\xi. \end{aligned}$$

С учетом преобразований, выполненных в работе [Аникин, 2009], окончательно получаем

$$\begin{aligned} \tau' &= \frac{(k_l \rho_l h + \rho c_1 t_0)}{-2\pi L_n \lambda_{гр} (t_a + \Delta t_a)} \left[V_x \ln \left(\frac{2r'_0}{b\sqrt{\xi_x} (1 + \xi_x)} \right) + \right. \\ &+ p(V_x - V_1) - 0,5 \left(\frac{V_x}{\xi_x} - \frac{V_1}{\xi_1} \right) \left. \right] + \frac{\rho c_2}{4\pi\lambda_{гр}L_n} \left(\frac{V_x}{\xi_x} - \frac{V_1}{\xi_1} \right) - \\ &- \frac{\rho c_2 V_1}{2\pi L_n \lambda_{гр}} \left[\left(p - \frac{0,5}{\xi_1} \right) \ln \left(1 + \frac{1}{p} \ln \left(\frac{2r'_0}{b\sqrt{\xi_x} (\xi_x + 1)} \right) \right) + \right. \\ &+ 0,5 \exp(-2p) \times \\ &\left. \times \left(\text{Ei} \left(2p + 2 \ln \left(\frac{2r'_0}{b\sqrt{\xi_x} (\xi_x + 1)} \right) \right) - \text{Ei}(2p) \right) \right]; \end{aligned} \quad (25)$$

Результаты расчета радиуса замерзания грунта с использованием численного метода и аналитических выражений (для пос. Харасавей, Западный Ямал)

Параметр	Месяц						
	Октябрь	Ноябрь	Декабрь	Январь	Февраль	Март	Апрель
Температура воздуха, °С	-5,4	-14,7	-19,7	-21,5	-23,9	-23,4	-15,5
Скорость ветра, м/с	7,4	7,6	7,5	7,6	7,1	7,2	6,8
Высота снежного покрова, м	0,1	0,34	0,5	0,61	0,73	0,74	0,74
Радиус замерзания (численный расчет), м	0,1	0,5	0,8	1,1	1,2	1,39	1,5
Радиус замерзания (аналитическое решение), м	0,37	0,67	0,81	1,1	1,3	1,45	1,54

$$V_x = \pi L_n r_0'^2, \quad V_1 = \pi L_n b^2, \quad \xi_1 = 1 + \frac{2b'^2}{L_n^2} = 1 + \frac{3b^2}{L_n^2},$$

$$p = 2\pi L_n \lambda_{гр} (R_k + R_n + R_0^0), \quad (26)$$

где V_x – объем замороженного тела в трехмерной модели; V_1 – объем испарителя в трехмерной модели. Интеграл $Ei(2p)$ определяется выражением

$$Ei(2p) = \int_{2p}^{\infty} \frac{\exp(-y)}{y} dy.$$

Для ξ_x при r_0' порядка одного метра с хорошей точностью выполняется соотношение

$$\xi_x = 1 + \frac{3r_0'^2}{L_n^2}. \quad (27)$$

Для того чтобы точно найти ξ_x , необходимо решить уравнение

$$\xi_x^3 - \xi_x + q = 0, \quad q = -6 \left(\frac{r_0'}{L_n} \right)^2. \quad (28)$$

Решение (28), как следует из [Корн, 1988], записывается в виде

$$\xi_x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + Q^{1/2}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - Q^{1/2}}, \quad (29)$$

$$Q = -\frac{1}{27} + \frac{q^2}{4}, \quad Q \geq 0;$$

$$\xi_x = 2\sqrt[3]{\frac{1}{3} \cos \frac{\alpha}{3}}, \quad \cos \alpha = -\frac{q}{2(1/27)^{1/2}}, \quad Q \leq 0. \quad (30)$$

Таким образом, с помощью соотношений (25)–(30) все искомые величины могут быть вычислены. Введем теперь средний радиус замерзшего грунта r_0 , исходя из условия, что объем за-

мерзшего тела равен объему равновеликого цилиндра. Тогда с учетом (11) получаем

$$r_0 = L_n \sqrt{\frac{\xi_0 (\xi_0^2 - 1)}{6}}.$$

Авторами выполнен сравнительный расчет динамики замораживания грунта с помощью предложенного подхода и с использованием численного метода. Результаты расчетов для условий пос. Харасавей (Западный Ямал) представлены в таблице. Исходные данные: площадь оребрения 1,77 м², радиус испарителя 0,01605 м, длина испарителя 5 м, грунт – песок с влажностью 0,2, плотность скелета 1600 кг/м³. Как видно из таблицы, результаты численных и аналитических расчетов близки между собой. Было также проведено сравнение с результатами расчетов для цилиндра по методике, изложенной в работе [Аникин и др., 2008]. Результаты полностью совпадают при одинаковом объеме замороженного грунта, что подтверждает адекватность предложенной аналитической модели.

Литература

- Аникин Г.В.** Некоторые вопросы кинетики фазовых переходов в термостабилизаторах и охлаждаемых ими грунтах / Ин-т криосферы Земли СО РАН. Тюмень, 2009, 38 с. Деп. в ВИНТИ 28.01.2009, № 49-В209.
- Аникин Г.В., Поденко Л.С., Вакулин А.А.** Расчет динамики промерзания грунта вокруг вертикального парожидкостного сифона // Вестн. Тюм. ун-та, 2008, № 6, с. 42–49.
- Комаров И.В.** Сфероидальные и кулоновские сфероидальные функции / И.В. Комаров, Л.И. Пономарев, С.Ю. Славянов. М., Наука, 1976, 320 с.
- Корн Г.** Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. М., Недра, 1988, 831 с.
- Лыков А.В.** Теория теплопроводности. М., Высш. шк., 1967, 600 с.

Поступила в редакцию
27 января 2011 г.