

ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ВО ЛЬДУ И МЕРЗЛЫХ ПОРОДАХ

УДК 624.139

ФАЗОВОЕ РАВНОВЕСИЕ И ДЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЧНОСТЬ МЕРЗЛОГО ГРУНТА

А.А. Коновалов

Институт проблем освоения Севера СО РАН, 625003, Тюмень, а/я 2774, Россия, konov@newmail.ru

Установлено выражение связи параметров фазового равновесия мерзлых грунтов. На его основе и на представлениях о кинетической концепции прочности выведена формула долговечности мерзлых грунтов.

Фазовое равновесие, прочность, деформация, разрушение

PHASE BALANCE AND STEADY STRENGTH OF FROZEN GROUND

A.A. Kononov

Institute of North Development Problems SB RAS, 625003, Tyumen, P/O box 2774, Russia, konov@newmail.ru

An expression for coupling of the parameters of frozen ground phase balance has been determined. The formula of frozen ground longevity has been derived on the basis of this expression and the strength kinetic conception.

Phase balance, strength, deformation, destruction

ВВЕДЕНИЕ

Мерзлый грунт как целостное образование существует благодаря ледяным пленкам, сцепляющим грунтовые частицы, – “льдоцементационным” связям [Вялов, 1978, 2000]. Именно эти связи обеспечивают прочность мерзлого грунта, на порядок большую, чем у талых грунтов, а их разжижение (плавление) или разрыв (сублимация) вызывает деформацию и распад мерзлого тела. Кажется бы, и модели мерзлого грунта должны опираться на известные закономерности фазовых переходов воды и описывающие их математические формулы. Но это не так. Признанные на сегодня и вошедшие в учебники методики расчета прочностных характеристик мерзлых грунтов, строительные нормативы и справочники, хотя и отражают зависимость прочности мерзлых грунтов от температуры, сугубо эмпиричны и никак не связаны с теорией фазового равновесия.

В физике твердого тела разработана кинетическая концепция прочности, суть которой заключена в формуле долговечности $\tau_{\text{дл}}$ [Регель и др., 1974]:

$$\tau_{\text{дл}} = \tau_0 \exp[(U_0 - \gamma P)/(RT)], \quad (1)$$

где $\tau_{\text{дл}}$ – долговечность; U_0 – энергия активации разрушения, примерно равная скрытой теплоте субли-

мации Q_c ; $\tau_0 \approx 10^{-13}$ с – период тепловых колебаний атомов; RT – средняя энергия колебаний атомов; T – температура, К; P – давление; R – универсальная газовая постоянная; γ – коэффициент, имеющий смысл объема на момент сублимации.

Формула (1) получена по результатам обобщения многочисленных испытаний на разрыв разных материалов, включая композитные и гетерогенные, по данным отечественных и зарубежных исследователей. Из нее следует, что долговечность – конечная величина, при $P = 0$ достигающая своего максимума, равного $\tau_0 \exp(U_0/RT)$. То есть тело разрушается и при отсутствии внешнего давления с течением времени (под собственным весом), которое оказывается такой же действующей силой разрушения, как давление и температура.

Ни в одном твердом теле температурно-временная зависимость прочности не проявляется так четко, как в мерзлом грунте. Поэтому кинетическая концепция, базирующаяся на представлениях молекулярно-кинетической теории, проверенная многочисленными экспериментами, была с интересом и энтузиазмом встречена геокриологами. Однако вскоре выяснилось, что формула (1) противоречит экспериментальным данным о прочно-

сти мерзлых грунтов, обобщенным трудами Н.А. Цытовича [1973], С.С. Вялова [1978, 2000], Л.Т. Роман [1987, 2002] и др. И хотя за последние 20–30 лет редкая работа, посвященная механике мерзлых грунтов, обходится без ссылок на эту концепцию, используется только ее терминология и описательная часть. В методике расчета прочности ничего не изменилось, в ходу те же, полувековой давности, интерполяционные формулы с неопределенными эмпирическими коэффициентами, не имеющими ясного физического смысла.

Ранее автор [Коновалов, 1992, 2002, 2005] показал ограниченность формулы (1), ее применимость только для материалов с высокими температурами плавления, находящихся под большим давлением. На основе обобщения большого количества фактических данных удалось получить эмпирическую формулу длительной прочности, включающую уравнение Клапейрона–Клаузиуса. При больших нагрузках и температурах, близких к температуре плавления, эта формула практически переходит в (1).

В настоящей статье делается попытка вывести аналогичную формулу теоретически и связать ее с концептуальным уравнением (1). Предварительно детально анализируется уравнение Клапейрона–Клаузиуса на предмет выявления связей параметров плавления со скрытой теплотой сублимации, давления и температуры с деформацией, поскольку от них напрямую зависит длительная прочность и долговечность мерзлого грунта. Цель работы – увязать процессы плавления и разрушения и найти количественные соотношения между их показателями.

Определение параметров фазового равновесия. Давление, температура и объемная деформация фазовых превращений грунтовой влаги – основные параметры состояния мерзлых грунтов, определяющие их физические, механические и теплофизические свойства, характер и интенсивность протекания теплообмена и всех мерзлотных процессов: пучения, миграции влаги, льдообразования и т. д. Связь между ними в предельном равновесном состоянии регламентируется законом Клапейрона–Клаузиуса:

$$t_{\phi} = P(V_{\text{тв}} - V_{\text{ж}})T_0/Q_{\phi} = Pj_{\text{кр}}T_0/L_{\text{кр}} = Pk, \quad (2)$$

где $t_{\phi} = |T - T_0|$ – понижение температуры замерзания при $P > 0$ или, что то же самое, абсолютное (без учета знака) значение температуры замерзания воды, °С; $T_0 \approx 273$ К – температура замерзания воды при атмосферном давлении ($P = 0$); T – то же при $P > 0$; P – внешнее давление; $V_{\text{тв}}, V_{\text{ж}}$ – удельный объем твердой и жидкой фазы (у льда $1,09 \cdot 10^{-3}$ и $1 \cdot 10^{-3}$ м³/кг); Q_{ϕ} – скрытая теплота фазовых пе-

реходов лед–вода, кДж/кг; $j_{\text{кр}} = (V_{\text{тв}} - V_{\text{ж}})/V_{\text{ж}} = \Delta V_{\text{ж}}/V_{\text{ж}} = 0,091$ – относительная деформация кристаллизации; $L_{\text{кр}} = Q_{\phi}/V_{\text{ж}}$ – объемная теплота кристаллизации, кДж/м³; $k = (V_{\text{тв}} - V_{\text{ж}})T_0/Q_{\phi}$.

При описании плавления вместо $j_{\text{кр}}$ и $L_{\text{кр}}$ в формулу (2) подставляются относительная деформация $j_{\text{пл}} = (V_{\text{тв}} - V_{\text{ж}})/V_{\text{тв}} = \Delta V_{\text{тв}}/V_{\text{тв}} = 0,083$ и объемная теплота плавления $L_{\text{пл}} = Q_{\phi}/V_{\text{тв}}$. Причем $L_{\text{кр}} < L_{\text{пл}}$, а $j_{\text{кр}} > j_{\text{пл}}$ примерно на 9%. Такой разницей часто пренебрегают.

Из формулы (2) при известной температуре t определяется и давление фазовых превращений (поровое давление) $P_{\phi} = t/k$, положительное при кристаллизации воды, возникающее из-за невозможности свободного расширения, и отрицательное при плавлении льда, возникающее вследствие высвобождения объема поры. Здесь и далее индекс “ф” после t и P ставится, когда они являются функциями P и t .

Коэффициент k в закрытых системах незначительно зависит от температуры, повышаясь при ее понижении примерно с 0,075 до 0,1 °С/МПа; в среднем $k \approx 0,08$ °С/МПа. Если принять зависимость k от температуры линейной, то

$$k = 0,0012t + 0,074. \quad (3)$$

В отличие от большинства веществ вода при замерзании увеличивается в объеме, а давление фазового равновесия в температурном диапазоне 0...–22 °С находится не в прямой, а в обратной пропорциональной зависимости от температуры – повышается с понижением температуры. Если же не учитывать знаки изменения этих параметров, то, как следует из (2), характер их взаимодействия одинаков у всех веществ: абсолютное значение t_{ϕ} тем больше, чем сильнее отклоняется давление или объем от их начальных величин.

Максимальное понижение температуры фазового равновесия $t_{\phi} = -22$ °С достигается при $P = 220$ МПа. С понижением температуры или ростом давления относительно этих пределов знак зависимости t_{ϕ} от P меняется на обратный – с увеличением давления температура замерзания воды повышается, достигая 0 °С при $P = 638$ МПа [Фрадкин, 1983]. То есть пределы $t_{\text{эв}} = -22$ °С и $P_{\text{эв}} = 220$ МПа характеризуют эвтектическое (от греч. – легкоплавящийся) равновесие, за пределами которого обычный лед (лед I [Савельев, 1991]) не существует. Уравнение (2) отвечает эвтектическому равновесию при максимальном значении $k = k_m = 0,1$. С помощью (2) и (3) найдем связь между параметрами фазового равновесия, отнесенными к их эвтектическим значениям:

$$P/P_{\text{эв}} = tk_m/(t_{\text{эв}}k). \quad (4)$$

Формула (3) аппроксимируется выражением, непосредственно связывающим $P/P_{эв}$ и $\theta = t/t_{эв}$ (рис. 1):

$$P/P_{эв} = \theta^{0,83}. \quad (5)$$

Формулы (4), (5) являются аналогами уравнения фазового равновесия.

Фазовое равновесие лед–вода можно выразить и через скрытую теплоту сублимации Q_c , которая для льда равна 2830 кДж/кг [Савельев, 1991]. Скрытая теплота плавления (кристаллизации) Q_f зависит от температуры, изменяясь от $Q_{ф,0} = 334$ кДж/кг при $t = 0$ °С до $Q_{ф,эв} = 235$ кДж/кг при $t = t_{эв} = -22$ °С (или $T_{эв} = 251$ К). Объемная скрытая теплота плавления $L_{пл} = Q_f/V_{тв}$ при $t = -22$ °С эквивалентна и примерно равна эвтектическому давлению, т. е. $(235 \text{ кДж/кг}) / (1,09 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{кг}) = 216$ МПа. Анализ связей параметров равновесия по справочным данным [Яворский, Детлаф, 1965; Кошкин, Ширкевич, 1974; Савельев, 1991] позволил найти следующие аппроксимации:

$$Q_f \approx Q_c k_q j_{пл}, \quad k_q = 1,42 - 0,42\theta, \quad (6)$$

где $k_q = Q_f/Q_{ф,эв}$ – коэффициент, зависящий от $\theta = t/t_{эв}$, изменяющийся от 1,42 около точки плавления до 1,0 около точки эвтектики. Отсюда следует, что параметры, характеризующие границы существования твердой фазы воды, приблизительно подобны: $V_{ж}/V_{тв} = T_0/T_{эв} = (Q_c - Q_f)/Q_c \approx 0,92$, а

$$BT \approx 0,5Q_f T/T_0 \approx 0,5Q_c j_{пл} T/T_0, \quad (6')$$

где $B = 0,46$ кДж/(кг·°С) – удельная газовая постоянная у льда.

Величина T/T_0 льда находится в пределах $0,92 \div 1$, поэтому $BT \approx 0,5Q_f$. Отношение $BT_0/Q_c j_{пл}$ других твердых тел также близко к 0,5. Например, для цинка, висмута, алюминия, олова и свинца эти величины равны 0,57, 0,64, 0,46, 0,47, 0,63.

Подставив (6) в (2), после несложных преобразований получаем выражение связи давления и температуры плавления со скрытой теплотой сублимации:

$$P(V_{тв} T_0 / k_q t) = \gamma P = Q_c. \quad (7)$$

Примерно с $-12 \dots -15$ °С и ниже до $t_{эв} = -22$ °С коэффициент k_q в (6) можно принять равным 1 и считать, что $Q_c/1 = Q_f/j_{пл}$. Единице в этой пропорции придадим смысл предельной (при $\Delta V_{тв} \rightarrow 0$) относительной деформации, соответствующей сублимации (испарению твердой фазы, ее зримому исчезновению) j_c . На этом основании заключаем, что *скрытая теплота фазовых превращений, отнесенная к сопровождающим их относи-*

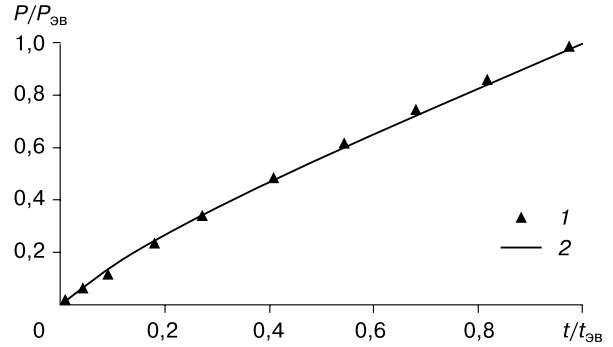


Рис. 1. Функция $P/P_{эв}$ от $t/t_{эв}$, рассчитанная по формулам (4) и (5) (кривые 1, 2 соответственно).

тельным деформациям, примерно постоянная величина, равная теплоте сублимации.

Обобщенный закон Клапейрона–Клаузиуса. В формуле (2) не отражен процесс достижения фазового равновесия, когда постепенность изменения объема поровой влаги, обусловленная сопротивлением окружающего грунта, а также неполное водонасыщение грунтовой поры вызывают появление разности давлений на жидкую и твердую фазы. Большее давление (доминирующее) оказывает та из них, объемное содержание которой увеличивается. При кристаллизации это твердая фаза, при плавлении – жидкая. Возможность разного давления на твердую и жидкую фазы учтена в обобщенном законе Клапейрона–Клаузиуса [Уильямс, 1972; Головки, 1988], в соответствии с которым температура замерзания равна

$$t_f = T_0(P_{тв} V_{тв} - P_{ж} V_{ж})/Q_f = P_{тв} T_0 (V_{тв} - V_{ж} D)/Q_f = P_{тв} k_{об}, \quad (8)$$

где $k_{об} = (V_{тв} - V_{ж} D)T_0/Q_f$; $D = (P_{ж}/P_{тв}) \leq 1$.

Параметр D назовем коэффициентом податливости (закрытости) системы. Он зависит от деформационных и водно-фильтрационных свойств среды и отвечает за изменимость объемов фаз. При замерзании $V_{ж} D = V -$ убывающий от $V_{ж}$ до 0 объем жидкой фазы, $(V_{тв} - V)$ – приращение объема льда. При оттаивании, наоборот, $V_{тв} D = V -$ убыль льда, $(V_{ж} - V)$ – приращение воды. Тогда для состояния равновесия с внешней средой, когда ее давление на систему равно давлению на нее системы независимо от того, какая фаза является доминантой и какой знак у внутреннего давления, уравнение (8) можно переписать в форме, аналогичной (2), подразумевая, что P – внешнее давление, $V_k = V_{тв}$ при замерзании и $V_k = V_{ж}$ при оттаивании, а $k_{об} = (V_k - V)T_0/Q_f$. То есть

$$t_f = P(V_k - V)T_0/Q_f = Pk_{об}. \quad (8')$$

Когда $D = 0$ (при $P_{ж} = 0$), система полностью открыта (абсолютно податлива), когда $D = 1$ (при $P_{ж} = P_{тв}$), система полностью закрыта (неподатлива). Подставив в выражение $k_{об}$ физические константы воды и льда, получаем

$$k_{об} = 0,92 - 0,83D. \quad (9)$$

В нежестких, податливых давлению замерзающей воды, системах, каковыми являются грунты, величины D и $k_{об}$ принимают промежуточные значения: $D = 1 \div 0$, $k_{об} = 0,08 \div 0,92$. Причем в крупнодисперсных грунтах эти параметры близки к нижнему пределу ($D = 1$, $k_{об} = k \approx 0,08$), а в тонкодисперсных (пластичных) стремятся к верхнему пределу ($D = 0$, $k_{об} \approx 0,92$). Кроме того, температуру замерзания грунтов надо брать с поправкой Δt_{pc} , учитывающей состав порового раствора [Коновалов, 1995]:

$$t_{\phi} = k_{об}P + \Delta t_{pc}, \quad (10)$$

в котором коэффициент $k_{об} = 0,92 - 0,83D$ через параметр D отражает деформационные свойства среды.

Более точно влияние засоленности на величину t_{ϕ} определяется по формуле [Коновалов, 1995]

$$\theta = K^z, \quad (11)$$

где $\theta = t/t_{эв}$; $K = C/C_{эв}$; t , $t_{эв}$ – текущая и эвтектическая температура раствора при атмосферном давлении; C , $C_{эв}$ – текущая и эвтектическая концентрация раствора; $z \approx 1,15 \div 1,20$.

График этой зависимости, примерно совпадающей с (5), представлен на рис. 2. Кривая, проведенная по точкам на рис. 2, построена по формуле (11) при $z = 1,2$. Исходные данные взяты из [Справочник..., 1969]. Формулы солей, использованных для анализа, температура ($t_{эв}$, °C) и концентрация ($C_{эв}$, %) их эвтектик приведены в табл. 1.

Вместо $t_{эв}$ и $C_{эв}$ в (11) можно подставлять любую другую пару соответствующих значений $t > t_{эв}$ и $C < C_{эв}$. Показано [Коновалов, 1995], что эта формула пригодна и для водных растворов смеси солей и сложных органических соединений, исполь-

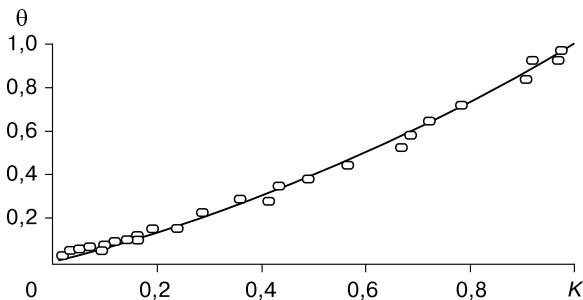


Рис. 2. Зависимость относительной температуры замерзания (θ) от относительной концентрации порового раствора (K).

Таблица 1. Соли, использованные для анализа (см. рис. 2), и параметры эвтектик их водных растворов

Параметр	NaCl	KCl	CaCl ₂	MgCl ₂	Na ₂ CO ₃	NaNO ₃	MgSO ₄
$C_{эв}$	22,4	20,6	39,5	21,6	6,3	38,0	19,0
$-t_{эв}$	21,3	6,6	49,8	33,6	2,3	18,5	3,9

зуемых при буровых работах – этиленгликоля, кремнийорганической жидкости (ГКЖ), карбоксиметилцеллюлозы (КНЦ) и др. В этом случае, поскольку параметры эвтектик заранее неизвестны, формулу (11) нужно привести к виду $t = \phi C^m$, где ϕ – параметр (°C), определяемый из разового опыта, постоянный для данной смеси солей или других примесей, имеющий смысл отношения $t_{эв}/C_{эв}^z$.

В плане воздействия на температуру замерзания увеличение засоленности аналогично повышению давления: в обоих случаях увеличивается число активных поверхностей в единице объема, и в результате этого падает температура замерзания. По данным [Кондаков, Кондакова, 1990] осмотическое давление, возникающее при понижении температуры на некоторую величину вследствие засоления, и внешнее давление, вызывающее ее уменьшение на такую же величину, примерно одинаковы. Идентичность формул (11) и (5) подтверждает эквивалентность засоленности и давления, как факторов, определяющих температуру замерзания ($K = C/C_{эв} = P/P_{эв}$), и возможность их совместного учета методом суперпозиции, как в формуле (10).

Особенности плавления и кристаллизации.

Для иллюстрации особенностей замерзания и оттаивания мерзлых грунтов обратимся к экспериментальному материалу [Коновалов, 1992]. В компрессионный прибор, находящийся в холодильной камере при температуре $-5 \dots -7$ °C, помещали образцы талого грунта (песка и суглинка). После промерзания образцов и доведения их температуры до $-3 \dots -4$ °C на них подавали нагрузку. Спустя 20–30 мин камеру отключали и образцы начинали размораживать. Опыт с каждой нагрузкой повторен не менее трех раз, с регистрацией температуры и осадки оттаивающего грунта. Характерные результаты опытов приведены в табл. 2 и на рис. 3.

Таблица 2. Зависимость температуры замерзания (t_{ϕ}) и относительной осадки оттаивания ($j_{пл}$) суглинка и песка от давления (P)

P , МПа	t_{ϕ} , °C		$j_{пл}$	
	суглинок	песок	суглинок	песок
1,1	0,40	0,10	0,13	0,05
3,8	0,50	0,20	0,15	0,04
5,7	0,62	0,20	0,16	0,04
7,3	0,60	0,27	–	0,06

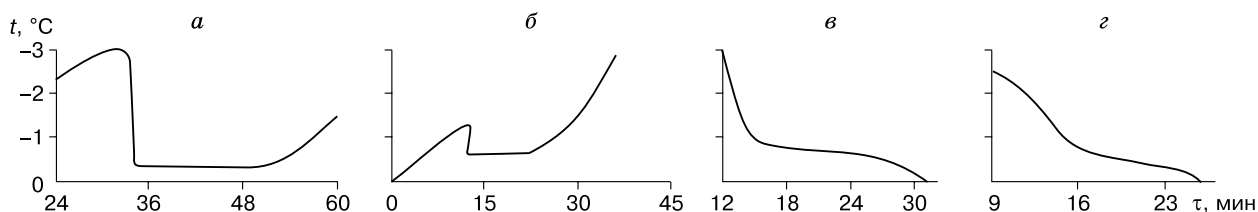


Рис. 3. Изменение температуры (t , °C) суглинка при замерзании (а, б) и оттаивании (в, г) под давлением $P = 0,1$ МПа (а, в) и $P = 5,7$ МПа (б, г).

Из табл. 2 видно, что зависимость $t_{\text{ф}}$ от давления у суглинков сильнее, чем у песков. Предельная относительная деформация (осадка) оттаивающего грунта $j_{\text{пл}}$ мало зависит от давления, практически ее можно считать постоянной (особенно для песков). Следует отметить ее близость к величине предельной разрушающей деформации мерзлых грунтов, которая, согласно С.С. Вялову [1978], колеблется в таких же пределах (около 0,1).

Рис. 3 демонстрирует наличие на кривых замерзания участка переохлаждения, на котором температура жидкости опускается ниже температуры замерзания $t_{\text{ф}}$, до величины $t_{\text{пер}}$, следуя законам теплопроводности, без каких-либо видимых структурных изменений. Это скрытая, так сказать эмбриональная, фаза кристаллизации, на которой образуются невидимые зародыши кристаллов. Затем температура резко повышается до значения $t_{\text{ф}}$, что свидетельствует о появлении первых кристаллов, образующих фронт кристаллизации, и держится постоянной до окончания процесса замерзания.

Величина $(t_{\text{ф}} - t_{\text{пер}})$ характеризует энергетический потенциал, необходимый для образования фронта кристаллизации. Как уже говорилось, давление кристаллизации при понижении температуры воды с 0 до $t_{\text{эв}} = -22$ °C увеличивается, затем при $t < -22$ °C уменьшается, появляется возможность увеличения объема воды до объема льда. Следовательно, максимальная величина $t_{\text{пер}}$ равна или несколько ниже $t_{\text{эв}}$. После охлаждения воды до $t \leq -22$ °C, т. е. при максимуме потенциала $(t_{\text{ф}} - t_{\text{пер}})$, первая порция льда выделяется “мгновенно”. С уменьшением величины $(t_{\text{ф}} - t_{\text{пер}})$ растет время до начала кристаллизации (период его скрытой стадии $\tau_{\text{пер}}$). Если температура среды близка к $t_{\text{ф}}$, этот период становится очень большим, стремится к бесконечности.

На температурных кривых, характеризующих плавление (см. рис. 3, в, г), реверсивные перегибы отсутствуют; прямой участок (“плато”) выражен значительно слабее, чем при замерзании, либо не выражен вообще, начало и конец плавления – распада кристаллов фиксируются по изломам кривых. На рис. 3 видно, что температура начала оттаивания несколько ниже температуры замерза-

ния $t_{\text{ф}}$, а температура конца оттаивания выше. Величине $t_{\text{ф}}$ примерно соответствует среднее арифметическое значение температур начала и конца оттаивания.

Такое различие процессов замерзания и оттаивания, их необратимость обусловлены вторым законом термодинамики – о росте энтропии в закрытых системах, из которого следует самопроизвольность “разжижения” и распада жестких структур и необходимость дополнительных (компенсационных) энергетических затрат на их создание.

Экспериментально установлена [Гречищев и др., 2005] обратная зависимость температуры переохлаждения $t_{\text{пер}}$ от его продолжительности $\tau_{\text{пер}}$: чем больше $|t_{\text{пер}}|$, тем меньше $\tau_{\text{пер}}$. Типичные примеры этой зависимости приведены на рис. 4 (1 – для суглинка с влажностью 26,2 %, $|t_{\text{ф}}| = 0,4 \pm 0,5$ °C; 2 – для суглинка с влажностью 20,5 %, $|t_{\text{ф}}| = 0,26 \pm 0,34$ °C). Графики на рис. 4 построены по формуле (12), полученной с помощью компьютерной программы Excel по данным этих примеров:

$$t_{\text{пер}} = t_{\text{ф}} + (t_{\text{max}} - t_{\text{ф}})(\tau_{\text{min}} / \tau_{\text{пер}})^g, \quad (12)$$

где τ_{min} , t_{max} – минимальное время и максимальная (по абсолютной величине, без учета знака) температура переохлаждения, наблюдавшиеся в опыте; g – показатель степени. Исходные данные: для случая 1 – $g = 0,102$; $\tau_{\text{min}} = 30$ с; $t_{\text{max}} = -3,3$ °C; $t_{\text{ф}} = -0,4$ °C; для случая 2 – $g = 0,105$; $\tau_{\text{min}} = 8,1$ ч;

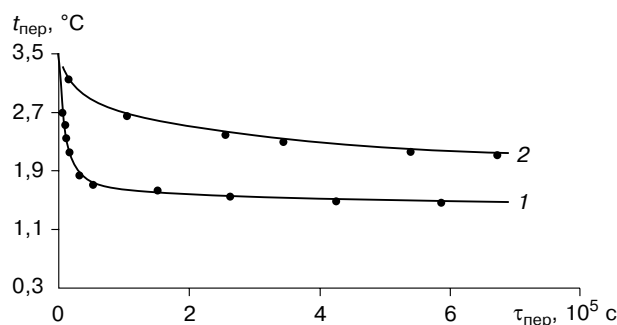


Рис. 4. Связь температуры ($t_{\text{пер}}$) и продолжительности переохлаждения ($\tau_{\text{пер}}$) для суглинка:

1 – влажность 26,2 %, $|t_{\text{ф}}| = 0,4 \pm 0,5$ °C; 2 – влажность 20,5 %, $|t_{\text{ф}}| = 0,26 \pm 0,34$ °C.

$t_{\max} = -3,0 \text{ }^\circ\text{C}$; $t_{\text{ф}} = -0,3 \text{ }^\circ\text{C}$. Точки на кривых рис. 4 – экспериментальные значения, взятые из статьи С.Е. Гречищева и др. [2005]. Возможно, они воспроизведены не очень точно, тем не менее можно говорить об удовлетворительной сходимости вычисленных и экспериментальных величин.

Формула (12) удовлетворяет краевым условиям: при $\tau_{\text{пер}} \rightarrow \infty$ $t_{\text{пер}} = t_{\text{ф}}$; при $\tau_{\text{min}} = \tau_{\text{пер}}$ $t_{\text{пер}} = t_{\max}$. Ее анализ показал, что в качестве исходных данных может быть использована любая пара значений $t_{\text{пер}}$ и $\tau_{\text{пер}}$, а не только τ_{min} и t_{\max} .

Формула (12) подобна приведенной ниже формуле долговечности мерзлого грунта (22) и в этом контексте может рассматриваться как долговечность переохлажденного состояния, убывающая вслед за увеличением $|t_{\text{пер}}|$. Интересно отметить, что показатель степени g по величине близок к относительной деформации кристаллизации ($j_{\text{кр}} = 0,091$), а при $g = 0,08$, согласно расчету, максимально возможное переохлаждение (мгновенное – при $\tau_{\text{пер}} = 10^{-12} \div 10^{-13}$ с) в обоих примерах получается равным $-22 \dots -25 \text{ }^\circ\text{C}$, что близко к эвтектической температуре льда.

Этот результат вытекает также из уравнения (2), переписанного в виде $Pj_{\text{кр}} = L_{\text{кр}}t/T_0$. Если в воде при $T < T_0$ не начинается льдовыделение, значит, она давит на стенки вмещающей емкости (поры) с силой $P = L_{\text{кр}}$. Тогда $t = j_{\text{кр}}T_0 = -24,7 = t_{\text{пер}}$.

Фазовые переходы в жесткой системе. Фазовое равновесие воды зависит от соотношения содержащихся в ней твердой, жидкой и газовой фаз и их сжимаемости. Количество образующегося льда в жесткой водонасыщенной системе лимитировано сжимаемостью льда и воды и воздушной пористостью. При недостаточном (для расширения воды до плотности льда) объеме “пустого” пространства льдовыделение прекращается, а давление незамерзшей воды увеличивается. Следующая порция льда может образоваться только при его понижении или изъятии части воды.

Задача о фазовом равновесии влаги, промерзающей в жестких закрытых полостях разной формы, решена А.И. Пеховичем [1983]. По его мнению, процесс кристаллизации носит дискретный, ступенчатый характер. Он состоит из серии микроактов, каждый из которых заканчивается микровзрывом, сопровождающимся высвобождением части сжатой влаги, понижением давления и за-

мерзанием новой порции влаги. Из этого следует, что так называемое “плато” при использовании более точных измерительных приборов, способных фиксировать эти микропроцессы, будет выглядеть как пилообразная ломаная.

Общее аналитическое решение имеет сложный вид, однако для расчета предельных значений давлений и количества льда в плоской щели удается получить простые аппроксимации [Коновалов, 1995]:

$$P_2 = P_1(\Psi k_{\text{л}} - \vartheta), t_{\text{ф}} = 0,008(\Psi k_{\text{л}} - \vartheta),$$

где P_2, P_1 – поровое и нормальное (геостатическое) давление ($P_2 \geq P_1$); $k_{\text{л}}$ – объемное содержание льда (отношение объема льда к объему жесткой полости); Ψ, ϑ – безразмерные коэффициенты, определяемые по табл. 3 в зависимости от объемного содержания воздуха $k_{\text{в}}$.

В последней графе табл. 3 интервал значений указывает область существования $k_{\text{л}}$. Верхняя граница этой области соответствует максимально возможному для данных P_2 и $k_{\text{в}}$ содержанию льда, нижняя – минимальному значению при атмосферном давлении и заданном $k_{\text{л}}$. При значениях $k_{\text{л}}$, соответствующих верхней границе интервала, достигается максимальное поровое давление.

Из уравнения Клапейрона–Клаузиуса следует, что температуры оттаивающего грунта могут опускаться в результате не только понижения граничной температуры, но и повышения давления или деформации, причем до значений существенно ниже граничной температуры. О характере барического понижения $t_{\text{ф}}$ можно судить по результатам опытов, проведенных автором совместно с Ю.Я. Большаковым и В.В. Агеевым [Коновалов, 1999]. Образцы-близнецы мерзлого глинистого водонасыщенного грунта высотой 6 см и диаметром 3 см с начальной температурой $-0,3 \dots -0,5 \text{ }^\circ\text{C}$ подвергались одноосному сжатию в условиях закрытой системы в помещении при температуре $1-3 \text{ }^\circ\text{C}$. Нагрузка подавалась непрерывно, но на определенных ступенях выдерживалась постоянной в течение 20–30 с. В этот период регистрировались температуры образца, идентифицируемые как температуры оттаивания, равновесные данному давлению. Время между ступенями 15–25 с. Опыты

Таблица 3. Зависимость безразмерных коэффициентов Ψ и ϑ от объемного содержания воздуха ($k_{\text{в}}$)

$k_{\text{в}}$	Ψ	ϑ	$k_{\text{л}}$
0	2600	0	0–0,74
0,03	3080	770	0,27–0,90
0,06	4000	2600	0,65–1,00

Таблица 4. Экспериментальные ($t_{\text{ф,э}}$), вычисленные ($t_{\text{ф,в}}$) температуры оттаивания и значения k

P , МПа	$t_{\text{ф,э}}$, $^\circ\text{C}$			$t_{\text{ф,в}}$, $^\circ\text{C}$	k
	мин.	сред.	макс.		
1,1	-0,3	-0,4	-0,5	-0,25	0,118
3,8	-0,4	-0,55	-0,7	-0,39	0,108
5,7	-0,6	-0,75	-0,9	-0,51	0,110
7,3	-0,7	-1,0	-1,4	-0,60	0,125

продолжались до момента выпора из плотно закрытой обоймы, в которой находился образец жидкой грязи. Этот момент обычно наступал через 3–5 мин, после 4–5 ступеней нагружения. В период выдерживания нагрузки постоянной температура образца практически не изменялась. Менялась она (постепенно понижаясь) только в процессе перехода на более высокую ступень нагрузки. Давления и соответствующие им температуры оттаивания $t_{ф.э}$, зафиксированные в опытах (осредненные и экстремальные) приведены в табл. 4. Там же даны значения температуры $t_{ф.в}$, вычисленные по формуле (3) для закрытых систем при $k = 0,08 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{МПа}$, а также значения k , рассчитанные с помощью этой же формулы по экспериментальным данным.

Из табл. 4 следует, что в среднем величина k в опытах равна 0,115, что больше ее равновесного значения в закрытых системах ($k \approx 0,08 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{МПа}$) и, по-видимому, связано с отжиганием части воды. Процесс изменения температуры при непрерывном росте давления внешне протекает так же, как при понижении граничной температуры. Если бы не выпор мокрой грязи в конце опыта и не постоянная положительная температура в помещении, можно было бы решить, что образец не оттаивает, а охлаждается и упрочняется под действием низкой температуры. Если бы в процессе непрерывного нагружения мерзлого образца его температуру удавалось поддерживать постоянной, то в конце концов произошло бы механическое разрушение (разрыв) всей системы без выделения жидкой фазы.

При высокой скорости загрузки промерзающего грунта его температура, наоборот, повышается. При малых скоростях загрузки промерзающего грунта, не обеспечивающих производство энергии, достаточной для образования первых кристаллов, может наблюдаться, как и в опытах с постоянной нагрузкой, переохлаждение.

Зависимость температуры и давления фазовых переходов от деформации. Обобщенное уравнение фазового равновесия (8) снимает проблему различия фазовых переходов в закрытой и открытой системах, показывает их единство, общую природу. Это достигается введением в анализ коэффициента податливости D . Но как его определить?

В комплексе взаимосвязей между параметрами фазового равновесия (температурой, давлением и деформацией) лучше всего изучена наиболее простая, близкая к линейной, связь между температурой и давлением при постоянном предельном значении деформации $j_{пл} = (V_{тв} - V_{ж})/V_{тв}$ или $j_{кр} = (V_{тв} - V_{ж})/V_{ж}$. Двухсторонние связи температура–деформация и давление–деформация в допредельном состоянии, когда деформация плавления $j = (V_{тв} - V)/V_{тв}$ увеличивается от 0 до $j_{пл}$, вслед за уменьшением V от $V_{тв}$ до $V_{ж}$, исследованы недостаточно как экспериментально, так и теоретически. Существующие математические модели довольно сложны [Уильямс, 1972; Комаров, 2003], удобные для практических расчетов методики отсутствуют.

Очевидно, что степень податливости D зависит от деформационных свойств среды. Причем эта зависимость явно нелинейная, поскольку D входит в выражение деформации $(V_{тв} - V_{ж}D)$ в формуле (8). Попробуем найти вид этой зависимости, используя достаточно репрезентативные опыты С.В. Стригоцкого [1989] по замораживанию воды, а также растворов глинопорошка и щелочного бентонита (концентрация растворов – 180 г вещества на 1 л воды) в жестком сосуде под слоем масла при постоянной температуре ($-3 \text{ } ^\circ\text{C}$). По мере замораживания и повышения давления последнее периодически стравливалось через специальный вентиль. При этом вытекала и часть масла. Объем вытекшего масла измерялся. Очередное стравливание проводилось после установления в системе фазового равновесия.

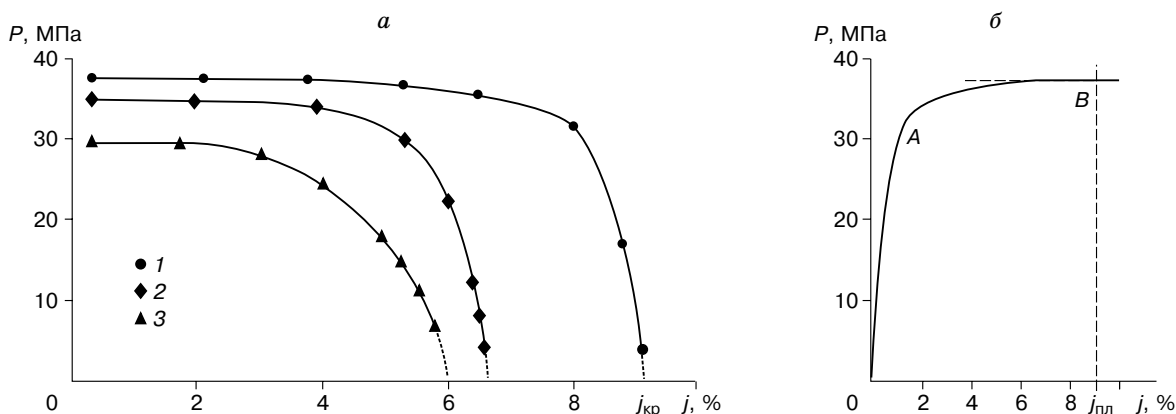


Рис. 5. Связь давления (P) и деформации (j):

a – при кристаллизации воды (1), растворов глинопорошка (2) и бентонита (3); б – при плавлении льда; A, B – пределы упругости и текучести.

Основные результаты этих опытов представлены на рис. 5, а в виде графиков связи давления кристаллизации P и отношения прироста объема жидкости j , фиксируемого по количеству вытекшего масла, к первоначальному объему. Эту величину можно интерпретировать и как относительную деформацию кристаллизации $j = (V_{\text{тв}} - V)/V_{\text{ж}}$, изменяющуюся от 0 до $j_{\text{кр}}$. В опытах $j_{\text{кр}}$ (%): у воды – 9,1, у раствора глинопорошка – 6,7, у бентонита – 6,0. Сравнение данных опытов с расчетами показало, что при значениях j , равных или близких к нулю, зависимость порового давления от температуры подчиняется классическому закону Клапейрона–Клаузиуса, а при равных или близких к предельным значениям – обобщенному виду этого закона. Например, приняв значения температур замерзания при атмосферном давлении у воды $T_0 = 0^\circ\text{C}$, у растворов глинопорошка и бентонита $T_0 = -0,2$ и $-0,4^\circ\text{C}$, при $t = -3^\circ\text{C}$ и $j = 0$ из формулы (10) находим максимальные значения порового давления $P_{\text{max}} = 37,5$ МПа у воды, $P_{\text{max}} = 35,0$ и $32,5$ МПа у растворов, которые мало отличаются от фактически замеренных. С увеличением деформации j от 0 до $j_{\text{кр}}$ поровое давление у всех трех жидкостей уменьшается от максимума P_{max} до 0. Из этого следует, что процесс замерзания жидкости в деформируемых полостях (грунтовых порах) характеризуется постепенным переходом от состояния (условий) закрытой системы ($D = 1$) к состоянию открытой ($D = 0$). Чем слабее раствор, тем резче этот переход. У воды он практически скачкообразный (см. рис. 5, а).

При оттаивании льда его объем уменьшается. По мере сжатия увеличивается и сжимающее давление (“отрицательное давление” или “сила всасывания”). То есть зависимости $P(j)$ при плавлении обратны таковым при кристаллизации и могут быть описаны приведенными выше формулами. В частности, при $t = -3^\circ\text{C}$ максимальное давление сжатия, рассчитанное по формуле (10), составит

37,5 МПа. На рис. 5, б приведен схематический график зависимости $P(j)$ для оттаивающего льда при $t = -3^\circ\text{C}$. Величина j на этом графике определялась как разница между максимальной (9,1 %) и текущей величиной j на рис. 5, а. Следует отметить сходство графика на рис. 5, б с деформационной диаграммой [Вялов, 1978]; точки А и В на рис. 5, б соответствуют пределам упругости (упругим деформациям) и текучести (пластическим деформациям) на деформационной диаграмме. За точкой В происходит разрушение (разрывные деформации).

На рис. 6 результаты опытов С.В. Стригоцкого для замерзающей воды и глинистых растворов обобщены в виде функции $D_{\text{кр}} = P/P_{\text{max}}$ от $J = j/j_{\text{кр}}$. Обобщенные кривые рассчитаны по формуле

$$D_{\text{кр}} = 1 - (J_{\text{кр}})^n, \quad (13)$$

при $n = 4$ для глинистых растворов (штриховая кривая) и $n = 8$ для воды (сплошная кривая). Из рис. 6 видно, что $D_{\text{кр}}$ изменяется в довольно узком коридоре, ее значения, рассчитанные для $n = 4, 8$, в большом интервале значений J отличаются незначительно.

В изотермическом процессе под D понимается отношение P/P_{max} . Из формул (2) и (8) следует, что связь между температурой и давлением фазовых превращений как в закрытой, так и в открытой системах линейная. Поэтому в изобарном процессе $D = t_{\text{ф}}/t$, где t , $t_{\text{ф}}$ – текущая и вычисленная по формуле (2) температуры. Последняя соответствует максимальному (по абсолютной величине – минимальному) значению температуры кристаллизации при данном давлении.

Выражение зависимости $D(J)$ для плавления получим из формулы (13), заменив в ней J на разницу между максимальной относительной деформацией, равной 1, и текущей деформацией плавления $J_{\text{пл}}$ (подобно тому, как $j_{\text{кр}}$ на рис. 5, б заменена на $J_{\text{пл}}$):

$$D_{\text{пл}} = 1 - (1 - J_{\text{пл}})^n = (1 - J_{\text{кр}})^n. \quad (14)$$

На графике рис. 6 на нижней оси абсцисс приведены значения $J = J_{\text{пл}}$. Эта шкала используется для расчета $D_{\text{пл}}$. Из рис. 6 видно, что “площадка текучести”, где деформация перестает зависеть от теплового или механического напряжения, развивается без его приращения, начиная примерно с $J = 0,5-0,6$.

Сравнение (13) и (14) показывает, что величина D , как и $k_{\text{об}}$, не зависит от направления процесса: $D = D_{\text{пл}} = D_{\text{кр}}$, а $J_{\text{пл}} = 1 - J_{\text{кр}}$. Для удобства анализа и расчетов в табл. 5 приведены осредненные значения функции $D(J)$ для замерзающих и оттаивающих глинистых растворов, найденные с помощью графика на рис. 6, а также зависящие от D величины $k_{\text{об}}$, рассчитанные по формуле (9).

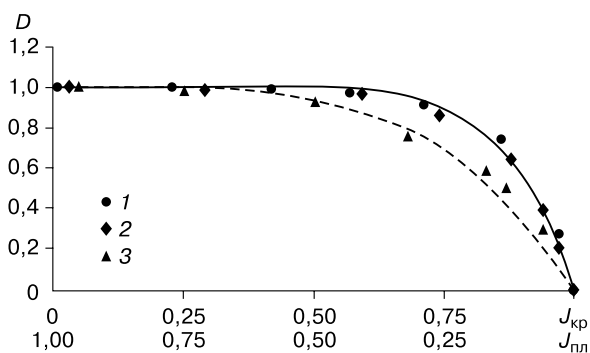


Рис. 6. Зависимость степени податливости (D) от J (%) у воды (1), растворов глинопорошка (2) и бентонита (3):

сплошная кривая – $n = 8$, штриховая – $n = 4$.

О незамерзшей воде. При $P < P_{\max}$ или $|t| > |t_{\phi}|$ часть грунтовой влаги остается в жидком состоянии. Соответственно, будет меньше деформация, отвечающая этим допредельным значениям P_{\max} и t_{ϕ} . В водоненасыщенных грунтах влияние их деформационных свойств на фазовое равновесие не проявляется до тех пор, пока оно не превысит некоторого значения, при котором деформация кристаллизации сравнится с объемом воздушных пор.

Сопоставляя содержание компонентов мерзлого грунта и оценивая изменение объема грунтовой влаги при промерзании в 9 %, находим относительную деформацию замерзания водонасыщенного грунта:

$$j = (\gamma_c/\gamma_w)[W_c + 0,09(W_c - W_n) + \gamma_w/\gamma_s] - 1, \quad (15)$$

где W_c, W_n – суммарная влажность и содержание незамерзшей воды; $\gamma_c, \gamma_w, \gamma_s$ – плотности скелета грунта, воды, частиц грунта.

Подставив в (15) известную [Вотьяков, 1975] формулу связи суммарной влажности и скелета грунта, получим

$$j = 0,09(W_c - W_n)/(1,13W_c + 0,37). \quad (16)$$

Максимум $j = j_{\text{кр.г}}$ определяется формулой (16) при $W_n = 0$.

Разделив текущую деформацию j на максимальную $j_{\text{кр.г}}$, после несложных преобразований (16), получаем выражение текущей деформации фазовых переходов $J = j/j_{\text{кр.г}}$ в виде

$$J = 1 - W_n/W_c. \quad (17)$$

Температурная зависимость содержания незамерзшей воды установлена ранее [Коновалов, 1979]:

$$W_n/W_c = (t_{\phi}/t)^m, \quad (18)$$

где t_{ϕ} – температура начала замерзания, определяемая по формуле (8); t – текущая температура мерзлого грунта, которой соответствует текущее содержание незамерзшей воды W_n ; $0 \leq (t_{\phi}/t) \leq 1$; $m \approx 0,25$.

Таблица 5. Значения D и k при разных деформациях в замерзающих ($J_{\text{кр}}$) и оттаивающих ($J_{\text{пл}}$) глинистых растворах

$J_{\text{кр}}$	$J_{\text{пл}}$	D	k
0	1,0	1,0	0,08
0,2	0,8	1,0	0,08
0,4	0,6	0,97	0,105
0,6	0,4	0,91	0,155
0,8	0,2	0,7	0,33
0,9	0,1	0,28	0,68
1,0	0	0	0,91

Согласно (18), при $t_{\phi} = 0$ незамерзшей воды нет ($W_n = 0$), вся влага находится в замерзшем состоянии, при $t_{\phi} = t$ вся влага находится в жидкой фазе ($W_n = W_c$), лед полностью оттаял.

Формулы деформации оттаивающего грунта (за счет уменьшения объема льда при оттаивании) $j_{\text{пл.г}}$ отличаются от формул (15)–(17) только тем, что вместо деформации кристаллизации воды $j_{\text{кр}} = 0,09$ в них фигурирует деформация плавления льда $j_{\text{пл}} = 0,08$. Практически не различаются и результаты расчетов. В мерзлых грунтах суммарная влажность колеблется в среднем в пределах $0,2 \div 0,4$. При такой влажности расчет по формуле (16) дает величину полной деформации оттаивания $j_{\text{пл.г}} \approx 0,03 \div 0,04$, что близко к деформации оттаивания песчаных грунтов (см. табл. 2). Деформация оттаивающих глинистых грунтов больше, по-видимому, за счет отжатия части влаги и воздушной пористости. Зависимость предельной деформации фазовых переходов от влажности не очень сильная, особенно для влажных грунтов, например, при увеличении W_n в 10 раз (с 0,3 до 3,0), согласно расчету по (16), $j_{\text{кр.г}}$ увеличивается только на 75 %. Как и разрушающая деформация в опытах на ползучесть величины $j_{\text{кр.г}}$ и $j_{\text{пл.г}}$ очень мало зависят от давления (см. табл. 2) и, как показывают расчеты по формуле (16), при подстановке в нее W_n , вычисленной по (18), практически не зависят от температуры.

В табл. 6 приведено сопоставление экспериментальных ([Пузаков, 1960] – верхняя часть и [Кондаков, Кондакова, 1990] – нижняя часть) и вычисленных по формуле (18) величин W_n в мерзлых суглинках. Сжимаемость в этих опытах не учитывалась, поэтому принято $k = 0,91$ °C/МПа, как в открытой системе. В [Пузаков, 1960] W_n определялась калориметрическим способом, в этих опытах $W_c = 23$ %, $t_{\phi} = -0,2$ °C. В [Кондаков, Кондакова, 1990] W_n определялась контактным способом, в этих опытах $W_c = 17$ %, $t_{\phi} = -0,1$ °C. Сходимость вычисленных и фактических величин W_n вполне удовлетворительная. Характерно, что всем парам

Таблица 6. Содержание незамерзшей воды (W_n)* при разных давлении (P) и температуре (t)

P , МПа	W_n (%) при t (°C)			
	-2	-6	-12	-19
0,08	13,8/13,3	11,6/10,1	10,4/8,6	9,4/7,7
0,16	14,4/14,3	13,2/11,1	11,6/9,3	11,0/8,3
	-0,5	-1	-2	-3,5
0,5	17,0/17,3	15,0/13,5	12,0/10,0	11,0/8,0
1,0	20,0/20,5	17,8/17,2	14,8/13,5	13,0/10,0
1,6	-	19,0/20,2	16,0/17,0	14,0/13,0

* Числитель – экспериментальные значения, знаменатель – вычисленные.

равновесных значений t и P соответствует одно, примерно одинаковое для данного грунта значение W_n . Например, при начальных $P = 0,08$ МПа и $t = -2$ °С имеем $W_n = 13,8$ % (см. табл. 6). Увеличиваем давление в два раза. Согласно (8), вдвое увеличится и абсолютная величина t . По интерполяции табличных данных при $P = 0,16$ МПа и $t = -4$ °С находим $W_n = 13,8$ %. Аналогично при начальных $P = 0,5$ МПа и $t = -0,5$ °С величина $W_n = 17$ %. Изменяем P вдвое, во столько же раз изменится и t . При новых $P = 1$ МПа и $t = -1$ °С по табл. 6 находим $W_n = 17,8$ %, т. е. величина W_n – независимая переменная, от t (или P) она начинает зависеть только при поддержании постоянства P (или t).

Наличие незамерзшей воды в грунтовых порках связано с адсорбционными и капиллярными силами, связывающими воду с активными поверхностями грунтовых частиц и ионами солей и вызывающими понижение температуры замерзания t_{ϕ} . Чем ближе прослойка влаги к поверхности, тем больше эти силы и ниже t_{ϕ} . При осушении грунта убыль влаги идет от центральной части поры, от свободной влаги к связанной. В этом же направлении идет и убыль жидкой фазы при промерзании водонасыщенного грунта. Поэтому в формуле (18) под W_n подразумевается не только количество незамерзшей воды, но и влажность водоненасыщенного грунта.

Подставив в (18) $D = t_{\phi}/t = P/P_{\max}$, а затем (18) подставив в (17), получаем $J = 1 - D^m$. Отсюда $D = (1 - J)^{1/m}$. Величину $1/m$ можно принять примерно равной показателю степени в формуле (14) (см. рис. 6), т. е. $1/m = 1/0,25 = 4 \approx n$. Тогда

$$D = (t_{\phi}/t)^m = (1 - J)^n = W_n/W_c.$$

Из этого следует, что влияние на фазовое равновесие содержания незамерзшей воды опосредовано величиной $J = j/j_{\text{пл}} = j/j_{\text{кр}}$ – обобщенным показателем деформации фазовых превращений, изменяющимся от 0 до 1.

Таким образом, фазовое равновесие определяется тремя параметрами: J , P и t , связанными формулой (8), остальные являются производными от них.

Отличие обобщенного закона Клапейрона–Клаузиуса от классического состоит в том, что он описывает не одно предельное состояние – “максимальное”, характеризующееся величиной $j_{\text{пл}} = 0,08$ (или $J = 1$), а множество состояний ($0 \leq j \leq j_{\text{пл}}$ – весь возможный диапазон изменения параметров фазового равновесия). Но ни тот, ни другой варианты этого закона не учитывают фактор времени.

Фактор времени, фазовое равновесие и прочность. При $P = P_{\text{эв}} = L_{\text{пл}}$ формула (8') обращается в уравнение Гей-Люссака: $t_{\phi}/T_0 = L_{\text{пл}}(V_{\text{тв}} - V)/Q_{\phi} = (V_{\text{тв}} - V)/V_{\text{тв}}$. Это означает,

что при больших давлениях лед начинает вести себя подобно идеальному газу. Инвариантным свойством газовых законов является независимость характера связи любых двух из трех основных параметров состояния (P , T , V) от третьего. В частности, в изотермическом процессе изменение объема (деформация) связано только с изменением давления (закон Бойля–Мариотта) и обе переменные не зависят от температуры, а внутренняя энергия тела, равная средней энергии тепловых колебаний атомов, – постоянная величина (закон Менделеева–Клапейрона): $PV = BT$, где B – удельная газовая постоянная (у льда $B = 0,46$ кДж/(кг·°С)).

Судя по экспериментальному материалу (см. рис. 5, 6), такое состояние наступает при $j \geq 0,5j_{\text{пл}}$. Из вышесказанного следует, что есть два независимых друг от друга предела существования твердой фазы: термический $t = t_{\phi}$ и барический $P = P_{\text{эв}}$, и два механизма ее разрушения (под разрушением здесь понимается переход в другую фазу): плавление и сублимация. При плавильном (пластическом) механизме, действующем вблизи точки плавления, разрушающей силой могут служить и температура и давление; при сублимационном (хрупком), действующем вблизи точки эвтектики, – только давление (закон Бойля–Мариотта). В обоих случаях разрушению предшествует деформация, но в первом она развивается во времени, а во втором происходит практически скачкообразно.

Способность твердого тела сопротивляться внешним нагрузкам (тепловым и механическим), продолжительность его “жизни” (долговечность $\tau_{\text{дл}}$) зависят от прочности. Давление P_{ϕ} , определяемое уравнением Клапейрона–Клаузиуса, имеет смысл мгновенной (максимально возможной) прочности P_{\max} , т. е. давления, которое может выдержать тело не разрушаясь хотя бы одно “мгновение” ($\tau_0 \approx 10^{-13}$ с). Выражение P_{\max} для плавильного и сублимационного механизмов определяются формулами (8) и (7): $P_{\max} = t/k$, $P_{\max} = Q_c/\gamma$.

Найдем выражение длительной прочности $\tau_{\text{дл}}$ сначала для пластического разрушения. Примем прямую пропорциональность относительных изменений долговечности $\Delta\tau/\tau_{\text{дл}}$ и работы (A) разрушения (деформации до $j_{\text{пл}}$) $\Delta A/A_{\max}$, где $\Delta A = \Delta PV_{\text{тв}}$; $A_{\max} = P_{\max}(V_{\text{тв}} - V_{\text{ж}})$. Тогда

$$\begin{aligned} \Delta\tau/\tau_{\text{дл}} &= \Delta A/A_{\max} = \\ &= \Delta PV_{\text{тв}}/[P_{\max}(V_{\text{тв}} - V_{\text{ж}})] = \Delta P/(j_{\text{пл}} P_{\max}). \end{aligned} \quad (19)$$

Заменим $\Delta\tau$ и ΔP на дифференциалы и выразим (19) в интегральной форме:

$$\int_{\tau_0}^{\tau_{\text{дл}}} d\tau/\tau = (1/j_{\text{пл}}) \int_P^{P_{\max}} dP/P. \quad (20)$$

Проинтегрировав (20), получим

$$\ln(\tau_0/\tau_{\text{дл}}) = [\ln(P/P_{\text{max}})]/j_{\text{пл}}. \quad (21)$$

После преобразования (21) получаем формулу, по которой определяется долговечность или длительная прочность при пластическом разрушении:

$$P/P_{\text{max}} = Pk/t = (\tau_0/\tau_{\text{дл}})^{j_{\text{пл}}}. \quad (22)$$

Величина $j_{\text{пл}}$ в (20) имеет смысл максимального диапазона изменения деформации плавления ($0 \div j_{\text{пл}}$). При хрупком разрушении этот диапазон (см. рис. 6) примерно равен $0,5j_{\text{пл}}$, а P и P_{max} по принятому выше условию должны различаться очень мало, так что $\ln(P_{\text{max}}/P) \approx 1 - P/P_{\text{max}}$. Кроме того, из формулы (6') следует, что $BT/Q_c \approx 0,5j_{\text{пл}}T/T_0$. Подставив эти соотношения, а также $P_{\text{max}} = Q_c/\gamma$ в (22), находим выражение долговечности или длительной прочности при хрупком разрушении, идентичное (1):

$$\tau_{\text{дл}}/\tau_0 = \exp[(Q_c - \gamma P)/(BT)]. \quad (23)$$

Приведем другой вывод формулы (23), подобный выводу формулы (22). В момент хрупкого разрушения (разрыва) удельный объем тела равен γ , тогда разностное уравнение типа (19) записывается в виде

$$\Delta\tau/\tau_{\text{дл}} = \Delta A/A_{\text{max}} = \gamma\Delta P/(V_{\text{тв}}P_{\text{max}}). \quad (19')$$

Интегральная форма (19') с учетом того, что по закону Клапейрона–Менделеева $V_{\text{тв}}P_{\text{max}} = BT$, имеет вид

$$\int_{\tau_0}^{\tau_{\text{дл}}} d\tau/\tau = (\gamma/BT) \int_P^{P_{\text{max}}} dP. \quad (20')$$

После интегрирования (20') и подстановки $P_{\text{max}} = Q_c/\gamma$, получаем формулу (23). Нетрудно доказать, что справедливость формул (22) и (23) не нарушится, если вместо мгновенных значений долговечности τ_0 и прочности P_{max} брать в качестве начальных первую замеренную пару этих показателей (τ_1, P_1), придавая им статус условно-мгновенных долговечности и прочности. Тогда отпадает необходимость определения сложных параметров τ_0 и k , и формулы существенно упрощаются, в частности, (22) приобретает вид

$$P_2 = P_1(\tau_2/\tau_1)^{j_{\text{пл}}}. \quad (22')$$

Для надежности величину $j_{\text{пл}}$ рекомендуется определять для нескольких значений τ с последующим их усреднением.

Формула (23), относящаяся к хрупкому разрушению, для мерзлых грунтов и льда пригодна только при больших давлениях, близких к эвтектическим. Причем расчеты показывают, что сколько-нибудь значимые величины долговечности получаются при отрицательных температурах,

Таблица 7. Фактические ($P_{\text{ф}}$, МПа) и вычисленные по формулам (22) и (22') ($P_{(22)}$, $P_{(22')}$) сопротивления мерзлого грунта сдвигу для разнот долговечности ($\tau_{\text{дл}}$, мин)

$\tau_{\text{дл}}$, мин	$P_{\text{ф}}$	$P_{(22)}$	$P_{(22')}$	$P_{\text{ф}}$	$P_{(22)}$	$P_{(22')}$
$t = -1,3 \text{ } ^\circ\text{C}$						
30	0,37	0,37	0,37	0,45	0,45	0,45
60	0,35	0,35	0,34	0,43	0,43	0,42
120	0,33	0,32	0,32	0,40	0,40	0,40
180	–	0,31	0,31	0,39	0,39	0,39
520	–	0,29	0,29	0,35	0,35	0,35
$t = -4,5 \text{ } ^\circ\text{C}$						
42	0,44	0,45	0,45	0,51	0,55	0,55
60	0,40	0,43	0,42	0,49	0,52	0,49
222	0,37	0,36	0,36	0,45	0,50	0,42
420	0,34	0,33	0,33	0,44	0,42	0,38
600	0,31	0,32	0,31	0,43	0,41	0,37

далеко выходящих за пределы существования обычного льда (льда I), т. е. эта формула не работает в реальном диапазоне давлений и температур мерзлого грунта.

Расчеты по формулам (22) и (22'), относящихся к пластическому разрушению, хорошо согласуются с результатами испытаний [Кардымон, 1971; Велли, Иванов, 1966] (табл. 7). А.П. Кардымон определял сопротивления мерзлого песка сдвигу по боковой поверхности металлических моделей свай прямоугольного и квадратного сечения при $t = -1,3 \text{ } ^\circ\text{C}$ (верхняя часть табл. 7). Ю.Я. Велли и В.Н. Иванов определяли то же для круглых металлических и бетонных моделей, замороженных в суглинок при $t = -4,5 \text{ } ^\circ\text{C}$ (нижняя часть табл. 7). Вычисленные $j_{\text{пл}}$ (доли ед.) в перечисленных четырех вариантах составили: 0,1, 0,095, 0,128, 0,124.

ВЫВОДЫ

Деформация и разрушение нагруженных мерзлых грунтов тесно связаны с фазовыми превращениями поровой влаги, которые регламентируются законом фазового равновесия Клапейрона–Клаузиуса. Формулы длительной прочности (22), (23) также представляют собой выражения фазового равновесия, отличающиеся от уравнения Клапейрона–Клаузиуса наличием еще одного параметра – времени, и переходящие в это уравнение при $\tau_{\text{дл}} = \tau_0$. Формула (22) описывает фазовое равновесие систем (льда, мерзлых грунтов, органики и др.) вблизи точки плавления, где действует механизм пластического разрушения. Формула (23), как и выражение (1), описывает фазовое равновесие систем (металлов, пластмасс и др.) вдали от точки плавления, где работает механизм хрупкого разрушения.

Условные обозначения: T – температура, К; t – то же, °С; $T_0 = 273$ К – температура замерзания воды при атмосферном давлении; $t_{\text{ф}}$ – текущая температура замерзания, °С; Δt_{pc} – поправка к $t_{\text{ф}}$ за счет растворенных солей; $T_{\text{эв}}$ – температура эвтектики, К; $t_{\text{эв}}$ – то же, °С; $t_{\text{пер}}$ – температура переохлаждения, °С; P – давление; $P_{\text{ф}}$ – давление при фазовых превращениях (поровое давление); $P_{\text{эв}}$ – давление эвтектики; P_{max} – максимальное давление; k и $k_{\text{об}}$ – коэффициенты пропорциональности в классическом и обобщенном уравнении Клапейрона–Клаузиуса; $Q_{\text{ф}}$ – скрытая теплота плавления (кристаллизации); $Q_{\text{ф,эв}}$ – величина $Q_{\text{ф}}$ при температуре эвтектики (при $t = -22$ °С); $Q_{\text{ф,0}}$ – величина $Q_{\text{ф}}$ при $t = 0$ °С; $k_q = Q_{\text{ф}}/Q_{\text{ф,эв}}$; Q_c – скрытая теплота сублимации; $L_{\text{пл}}$ – объемная теплота плавления; $L_{\text{кр}}$ – объемная теплота кристаллизации; R – универсальная газовая постоянная; B – удельная газовая постоянная; A – текущая работа; A_{max} – максимальная работа; $V_{\text{тв}}$ – удельный объем твердой фазы; $V_{\text{ж}}$ – удельный объем жидкой фазы; γ – удельный объем тела на момент сублимации; C – концентрация порового раствора; $C_{\text{эв}}$ – то же при температуре эвтектики; W_c – суммарная влажность; W_n – влажность за счет незамерзшей воды; j – текущая относительная деформация; $j_{\text{пл}}$ и $j_{\text{пл,г}}$ – предельная относительная деформация плавления льда и мерзлого грунта; $j_{\text{кр}}$ и $j_{\text{кр,г}}$ – предельная относительная деформация кристаллизации свободной и грунтовой воды; τ – время; τ_0 – период тепловых колебаний атома; $\tau_{\text{дл}}$ – долговечность; $\tau_{\text{пер}}$ – продолжительность переохлаждения.

Литература

Велли Ю.Я., Иванов В.Н. Результаты полевых и лабораторных исследований сил смерзания мерзлых грунтов // Материалы 4-го совещания-семинара по обмену опытом строительства в суровых климатических условиях. Красноярск, КПСНИИП, 1966, с. 3–23.

Вотяков И.Н. Физико-механические свойства мерзлых и оттаивающих грунтов Якутии. Новосибирск, Наука, 1975, 175 с.

Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов. М., Высш. шк., 1978, 448 с.

Вялов С.С. Реология мерзлых грунтов. М., Стройиздат, 2000, 464 с.

Головко М.Д. Обзор современных математических моделей промерзания влажных грунтов // Термодинамические аспекты механики мерзлых грунтов. М., Наука, 1988, с. 48–67.

Гречищев С.Е., Павлов Арк.В., Гречищев О.В. Закономерности формирования переохлаждения поровой влаги при объемном замерзании дисперсных грунтов // Материалы Третьей конф. геокриологов России. Т. 1. М., Изд-во Моск. ун-та, 2005, с. 38–45.

Кардымон А.П. Условия лабораторного определения сопротивления мерзлого грунта сдвигу // Строительство в районах Сибири и Крайнего Севера. Вып. 19. Красноярск, КПСНИИП, 1971, с. 111–122.

Комаров И.А. Термодинамика и теплообмен в дисперсных мерзлых породах. М., Науч. мир, 2003, 608 с.

Кондаков В.В., Кондакова О.А. Результаты исследования внешнего давления и засоленности на фазовый состав воды в мерзлых породах // Материалы Междунар. симп. “Геокриологические исследования в Арктических районах”. Вып. 3. Тюмень, ИПСО СО АН СССР, 1990, с. 29–35.

Коновалов А.А. Количественный анализ связи между основными теплофизическими характеристиками мерзлых грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов, 1979, вып. 1, с. 25–28.

Коновалов А.А. Прочностные свойства мерзлых грунтов при переменной температуре. Новосибирск, Наука, 1992, 93 с.

Коновалов А.А. Определение параметров фазового равновесия промерзающего грунта // Геоэкология, 1995, № 6, с. 50–64.

Коновалов А.А. Газгидраты и динамика криолитосферы при изменениях давления // Геоэкология, 1999, № 3, с. 252–259.

Коновалов А.А. О деформации и разрушении мерзлых грунтов // Криосфера Земли, 2002, т. VI, № 4, с. 54–62.

Коновалов А.А. К вопросу о единой модели мерзлого грунта // Материалы Третьей конф. геокриологов России. Т. 1. М., Изд-во Моск. ун-та, 2005, с. 60–66.

Кошкин Н.Н., Ширкевич М.Г. Справочник по элементарной физике. М., Наука, 1974, 255 с.

Пехович А.И. Основы ледогидротермики. Л., Энергия, 1983, 251 с.

Пузаков Н.А. Водно-тепловой режим земляного полотна автомобильных дорог. М., Автотрансиздат, 1960, 211 с.

Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. М., Наука, 1974, 560 с.

Роман Л.Т. Мерзлые торфяные грунты как основания инженерных сооружений. Новосибирск, Наука, 1987, 193 с.

Роман Л.Т. Механика мерзлых грунтов. М., Наука, 2002, 426 с.

Савельев Б.А. Гляциология. М., Изд-во Моск. ун-та, 1991, 288 с.

Справочник химика. Т. 3. Л., Химия, 1969, 1005 с.

Стригоцкий С.В. Исследование влияния химвеществ и податливости стенок сосуда на давление фазового равновесия замерзающих растворов // Инженерно-геокриологическое обеспечение строительства. Новосибирск, Наука, 1989, с. 52–62.

Уильямс П.Л. Массообмен в промерзающих грунтах // Экспериментальные исследования процессов теплообмена в мерзлых горных породах. М., Наука, 1972, с. 68–85.

Фрадкин Б.З. Белые пятна безбрежного океана. М., Недра, 1983, 94 с.

Цытович Н.А. Механика мерзлых грунтов. М., Высш. шк., 1973, 446 с.

Яворский Б.М., Деглаф А.А. Справочник по физике. М., Наука, 1965, 847 с.

Поступила в редакцию
20 декабря 2005 г.